DIBUJO

Tema 38

Tangencias y enlaces. Aplicaciones.

Grupo Pedro Nicolás

FORMAMOS PERSONAS, CREAMOS FUTURO

ÍNDICE

1. FUENTES CONSULTADAS

1.1. Legislación

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. (LOMLOE).

Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.

Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.

Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León.

El Dibujo Técnico es un medio de expresión que tiene, entre otras finalidades, formar al alumnado para que sea capaz de poder comunicarse gráficamente con herramientas objetivas, en un momento en el que el diseño y la fabricación de nuevos productos son una tendencia claramente al alza.

Existen una serie de convenciones a nivel internacional que permiten unificar criterios y hacer posible un lenguaje común en el ámbito del Dibujo Técnico, de manera que la interpretación de cualquier proyecto pueda ser fiable, objetiva e inequívoca, tal como señala Rodríguez de Abajo.

Constituye esta materia por tanto una herramienta imprescindible para comunicar en todo el mundo cualquier proyecto técnico que requiera de elementos visuales.

b) Secante: Cuando la distancia al centro es menor que el radio de la circunferencia; tiene dos puntos comunes con la circunferencia, o la corta en dos puntos.

c) Tangente: Cuando la distancia de la recta al centro de la circunferencia es igual al radio; tienen un punto común, se tocan en un único punto llamado «punto de tangencia».

Posiciones relativas entre circunferencias

Las posiciones relativas de dos circunferencias de un mismo plano pueden ser:

a) Exteriores, cuando no tienen ningún punto en común; la distancia entre los centros es mayor que la suma de sus radios: $d > r1 + r2$.

b) Concéntricas, cuando las circunferencias tienen el mismo centro: $d = O$.

c) Secantes, cuando las circunferencias tienen dos puntos en comunes; la distancia de centros es menor que la suma de radios: $d < r1 + r2$.

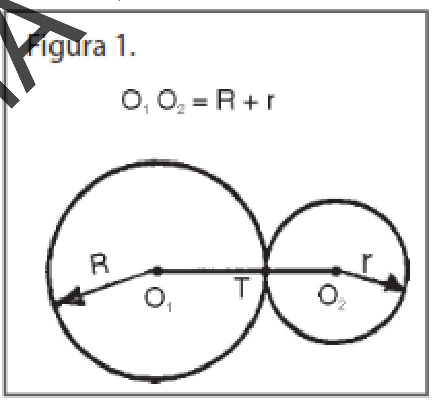
Propiedades

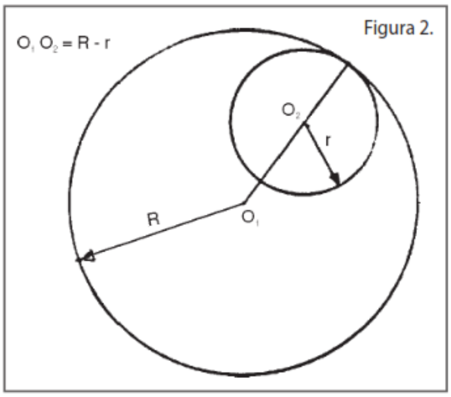
1. Si dos circunferencias son tangentes, el punto de tangencia está contenido en la recta que une los centros si son exteriores o en su prolongación si son interiores. Las distancias entre centros serán suma o diferencia de radios respectivamente (figs. 1 y 2).

2. Si una recta y una circunferencia son tangentes, el punto de tangencia es el pie de la perpendicular trazada desde el centro a la tangente (fig. 3).

3. La mediatriz de una cuerda de una circunferencia contiene el centro de ésta (fig. 4).

4. La bisectriz de dos rectas contiene el centro de la circunferencia tangente a ambas (fig. 5).





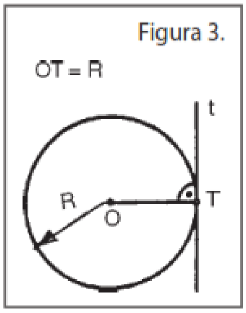


Figura 3.

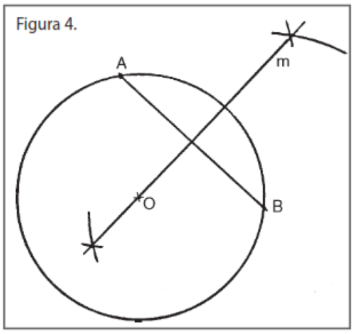


Figura 4.

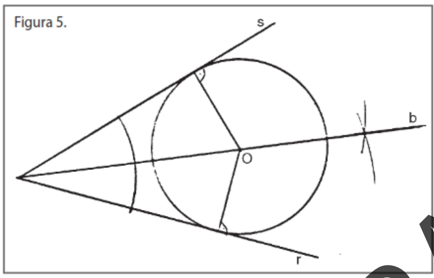


Figura 5.

3.2. Tangencia entre rectas y circunferencias

Problemas fundamentales

1. Circunferencias de radio dado tangentes a una recta: El lugar geométrico de los centros de dichas circunferencias son las paralelas trazadas a la recta a una distancia igual al radio dado (fig. 6).

2. Recta tangente a una circunferencia por un punto T de ésta: Si el centro de la circunferencia es accesible, la perpendicular al radio que pasa por T (condición de tangencia) resuelve el problema. Si aquél no es accesible, se trazan a partir de T dos arcos sucesivos de igual radio, y con el mismo centro otro arco que pase por el último de los puntos hallados: su intersección con el segundo arco nos define la tangente buscada (fig. 7).

3. Rectas tangentes a una circunferencia desde un punto P exterior: Trazando una circunferencia que pase por el centro O de la primera y por P, sus intersecciones con aquélla determinan las dos tangentes buscadas (fig. 8): la circunferencia auxiliar así trazada es el arco capaz de los ángulos rectos que pasan por O,P, y sus intersecciones con la dada satisfacen, por tanto, la condición de tangencia.

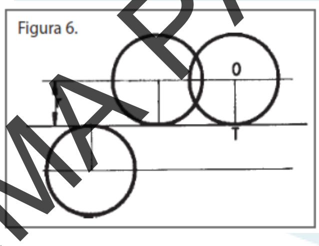


Figura 6.

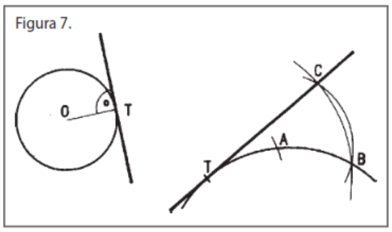


Figura 7.

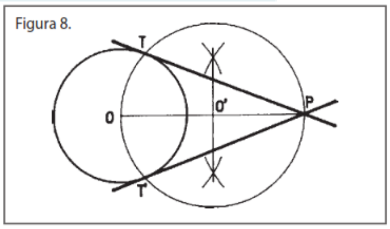


Figura 8.

4. Rectas tangentes a una circunferencia, paralelas a una dirección dada: Siendo d la recta que determina la dirección de las tangentes buscadas (fig. 9), se traza una perpendicular a dicha recta pasan- do por el centro de la circunferencia, recta que habrá de contener los radios tangentes (condición de tangencia); las intersecciones de la circunferencia con la perpendicular trazada definen, pues, los dos puntos de tangencia T, T'. Las tangentes buscadas serán las paralelas a la recta d que pasan por dichos puntos de tangencia.

5. Rectas tangentes comunes a dos circunferencias dadas: El problema se resuelve por el método de las dilataciones. Reduciendo la circunferencia O' a un punto y sustituyendo la O por otra concéntrica con ella cuyo radio sea la suma o diferencia de los radios de ambas, el problema queda reducido al ya resuelto en el apartado 3 sin más que trasladar por semejanza los puntos de tangencia obtenidos a las circunferencias que se tienen como dato: si el radio de la con- céntrica es la suma de los otros dos, se obtienen las dos tangentes comunes interiores (fig. 10); si dicho radio es la diferencia de ambos, se obtienen las dos tangentes comunes exteriores (fig. 11).

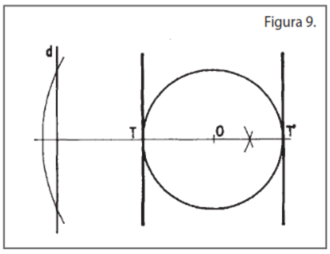


Figura 9.

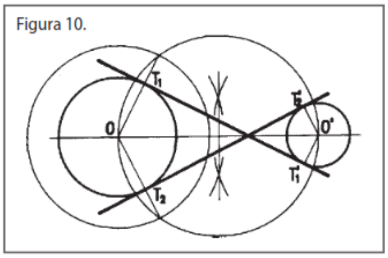


Figura 10.

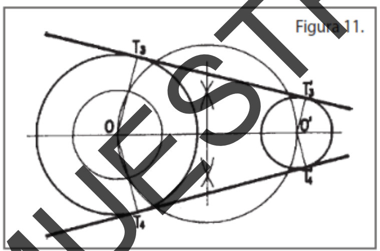


Figura 11.

Aplicaciones

Incluimos, a continuación, varios problemas de tangencia entre rectas y circunferencias que completan los ejemplos dados en el apartado anterior; en ellos se introducen nuevos datos, como, por ejemplo, los puntos de tangencia y el radio de las soluciones.

1. Circunferencia tangente a una recta, dado el pun- to T de tangencia, pasando por otro P exterior: Trazando la perpendicular a la recta por P y la mediatriz del segmento PT, la intersección de ambas nos da el centro O de la circunferencia buscada (fig. 12).

2. Circunferencias de radio dado tangentes a una recta, que pasen por un punto P: Los centros de las soluciones habrán de estar sobre una para- lela a la recta dada, a una distancia igual al radio, y sobre una circunferencia de ese mismo radio cuyo centro sea el punto P (fig. 13); trazando ambas líneas, sus puntos de intersección (de cero a dos, según la posición y magnitud de los datos) son los centros O,O' de las circunferencias tangentes; las perpendiculares desde ellos a la recta determinan los correspondientes puntos T,T' de tangencia.

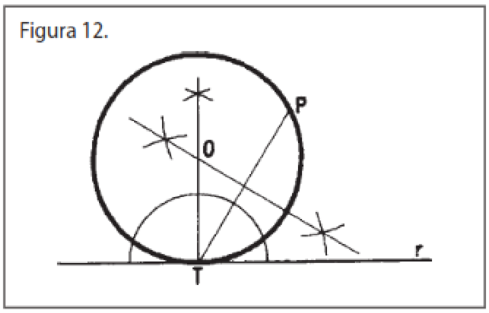


Figura 12.

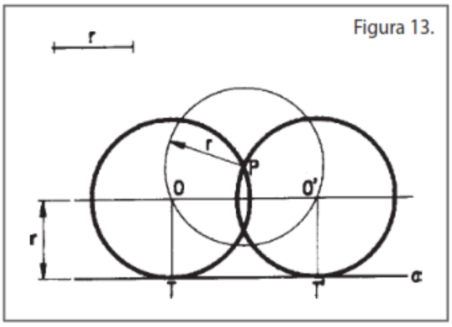


Figura 13.

3. Circunferencias tangentes a una recta y a otra circunferencia, conocido el punto T de tangencia sobre ésta: La tangente a la circunferencia por T define sobre la recta un punto P cuya potencia respecto a la circunferencia dada y a las circunferencias tangentes habrá de ser constante e igual a PT2 (fig.14); la semicircunferencia de radio PT determinará sobre dicha recta, por lo tanto, los puntos de tangencia T1 y T2, y las perpendiculares trazadas por ellos cortarán a la recta OT en los centros O1 y O2 de las circunferencias buscadas.

4. Circunferencias tangentes a una recta y a otra circunferencia, dado el punto T de tangencia sobre la recta: Por el procedimiento de las dilataciones, reducimos la circunferencia dada a un punto, su centro O, y trazamos paralelas a la recta a una distancia igual al radio de aquélla, en ambos semiplanos, obteniendo los planos M y N (fig. 15); el punto de intersección entre las mediatrices de los segmentos OM, ON con la perpendicular a la recta por el punto de tangencia T, nos da los puntos O1, O2 que son los centros de las circunferencias solución del problema.

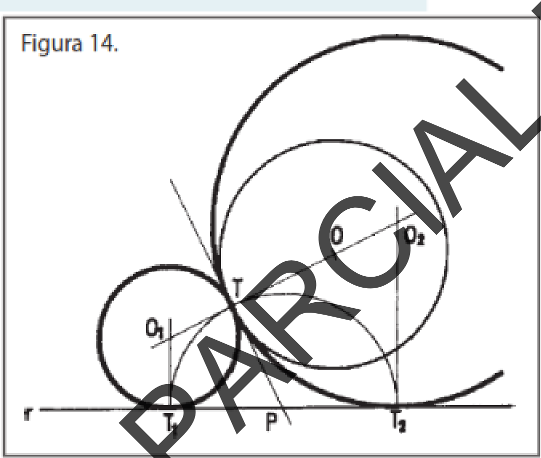


Figura 14.

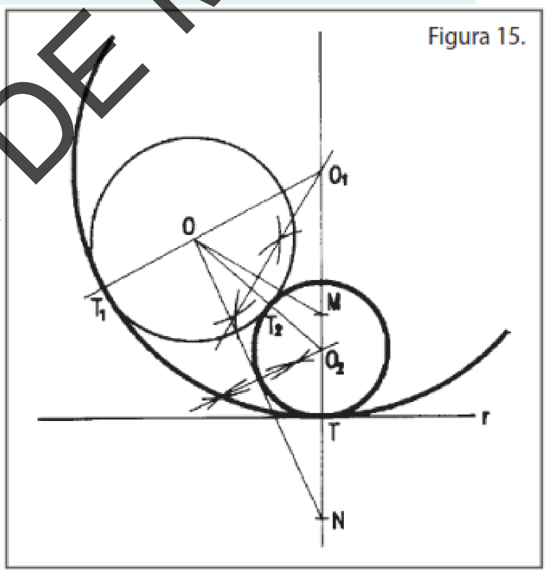


Figura 15.

5. Circunferencias tangentes a una recta y a otra circunferencia c, conocido el radio r de las soluciones (fig. 16): Utilizando el método de las dilataciones, trazamos dos circunferencias concéntricas a la dada —sumándole y restándole el radio de las soluciones—, y dibujamos dos paralelas a la recta a una distancia de ella igual a dicho radio: el problema queda reducido al ya resuelto en el apartado 2, por lo que los centros de las soluciones son las intersecciones de las circunferencias concéntricas y las rectas paralelas. Admite un máximo de ocho soluciones.

6. Circunferencias tangentes a dos rectas r y s, conocido el punto T de tangencia en una de ellas (fig. 17): Se trazan las bisectrices de los dos ángulos que forman las rectas, así como la perpendicular por T a una de ellas: las intersecciones de ambas rectas (condiciones de tangencia) determinan los centros O1, O2 de las dos soluciones.

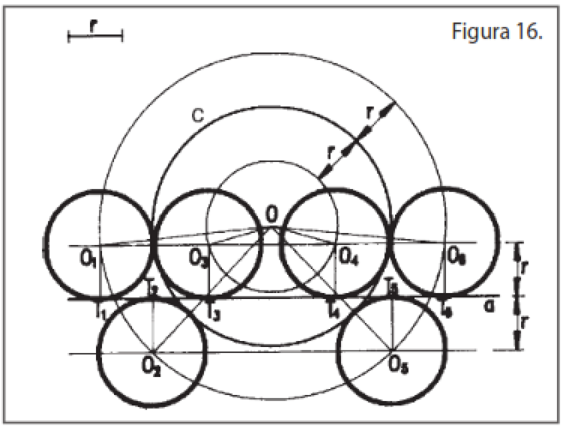


Figura 16.

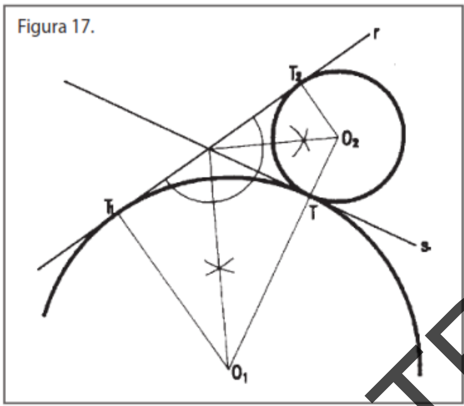


Figura 17.

7. Circunferencias tangentes a dos rectas a y b, conociendo el radio r de las soluciones: Mediante el método de las dilataciones, se trazan paralelas a ambas rectas a una distancia de ellas igual a r (fig. 18): sus intersecciones determinan los centros de las cuatro circunferencias que resuelven el problema.

8. Circunferencias tangentes a tres rectas (fig. 19): Los centros de las cuatro soluciones posibles coinciden con el incentro y los exincentros del triángulo formado por las tres rectas r,s,t; trazando por ellos perpendiculares a dichas rectas se obtienen los correspondientes puntos de tangencia.

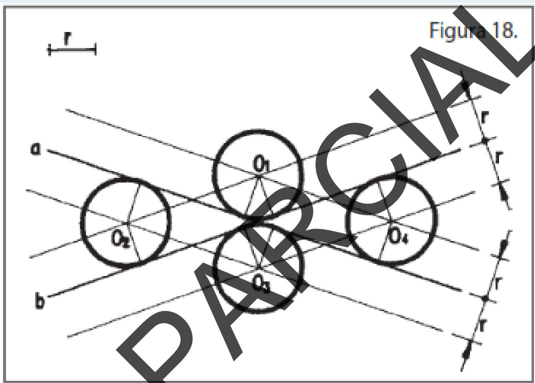


Figura 18.

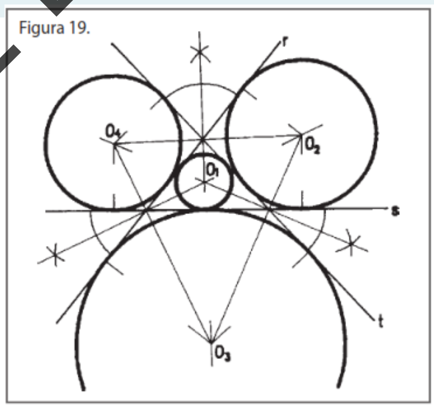


Figura 19.

3.3. Tangencia entre circunferencias.

1. Circunferencias tangentes a otra dada, conocido el punto T de tangencia y el radio r de las soluciones: Se traza una circunferencia con centro en T y radio r, y se dibuja la recta determinada por el centro de la circunferencia dada y el punto T (condición de tangencia): las intersecciones de ambas líneas definen los centros O1,O2 de las dos circunferencias buscadas (fig. 20).

2. Circunferencia tangente a otra dada, conocido el punto T de tangencia, que pase por otro exterior P (fig. 21): Se dibuja la línea determinada por el centro O y el punto T (condición de tangencia), y su intersección con la mediatriz del segmento TP determina el centro O' de la circunferencia buscada.

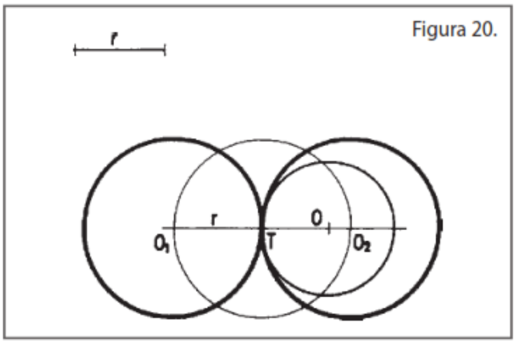


Figura 20.

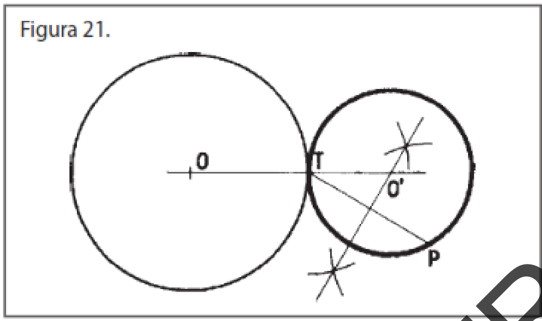


Figura 21.

3. Circunferencias tangentes a otra dada, conocido el radio r de las soluciones, que pasen por un punto exterior P (fig. 22): Se resuelve utilizando el método de las dilataciones. Con centro en P se dibuja una circunferencia de radio r y se trazan otras dos concéntricas a la dada, sumándole y restándole dicho radio. Las intersecciones de estas tres circunferencias determinan los centros de las soluciones (cuatro como máximo), y sus puntos de tangencia se obtienen dibujando las correspondientes líneas de centros.

4. Circunferencias tangentes a otras dos circunferencias O,O' conocido uno de los puntos T de tangencia (Fig. 23): Se traza la línea de centros TO' (condición de tangencia), y sobre ella se llevan los segmentos T'T = TT'' = r (radio de O); las mediatrices de los segmentos resultantes T'O y T''O cortan a la recta TO' en los puntos C1,C2, centros de las circunferencias buscadas. Los puntos de tangencia en la circunferencia O se obtienen trazando las correspondientes líneas de centros.

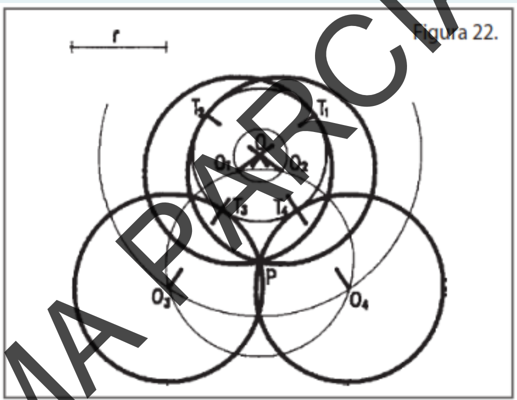


Figura 22.

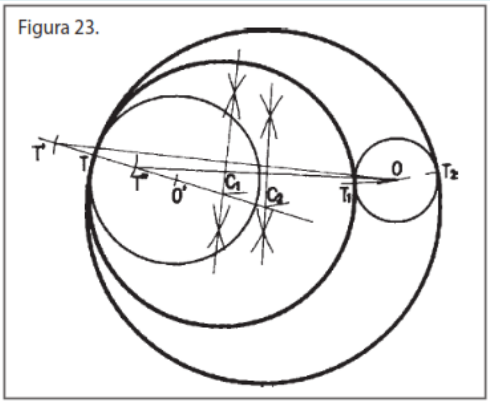


Figura 23.

5. Trazado de n circunferencias tangentes entre sí y tan- gentes interiores o exteriores a otra dada (fig. 24): Suponiendo n = 6, se construye un hexágono regular circunscrito a la circunferencia dada de centro O, así como las bisectrices de los ángulos determinados por sus diagonales: los puntos de intersección de aquéllas definen los centros de las seis circunferencias tangentes interiores. De igual modo, las bisectrices de los ángulos exteriores formados por dichas diagonales determinan los centros de las seis soluciones exteriores.

6. Trazado de tres circunferencias tangentes entre sí, centradas en los vértices de un triángulo dado (fig. 25): Se halla el incentro del triángulo, y des- de él se trazan perpendiculares a los tres lados, las cuales definen en ellos los puntos de tangencia Ta,Tb,Tc que permiten dibujar las tres circunferencias buscadas con centro en los 3 vértices inicialmente dados.

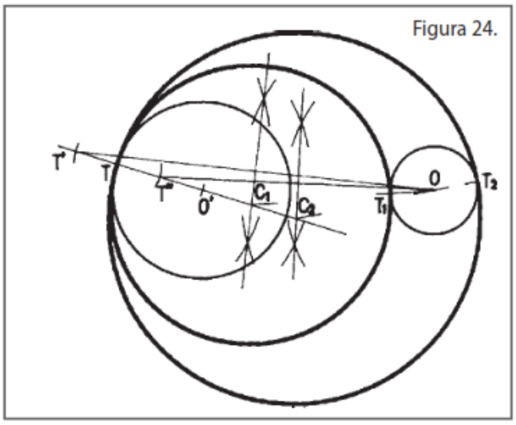


Figura 24.

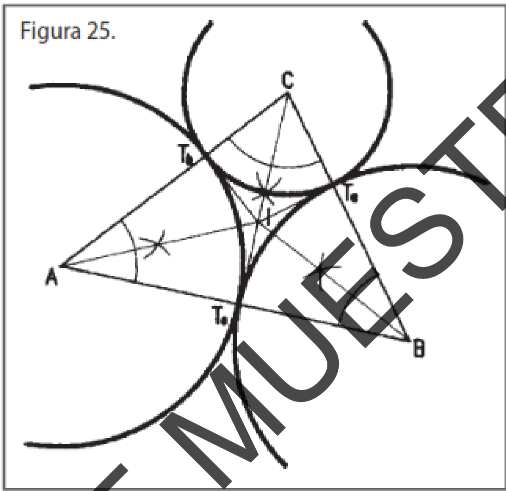


Figura 25.

3.4. Resolución de problemas de tangencia por inversión.

Otra forma de resolver problemas de tangencia es mediante las propiedades de la inversión. En esencia, el procedimiento consiste en lo siguiente:

1. Se hallan las circunferencias inversas de las figuras rectas, circunferencias que se dan como da- tos, tomando como polo de inversión el punto por el que han de pasar las soluciones.

2. Se resuelve con ellas el problema planteado, que así se reduce a trazar las rectas tangentes a dichas circunferencias inversas.

3. Se obtienen las figuras inversas de las tangentes encontradas según el apartado anterior, que serán las soluciones buscadas. Dicha afirmación se basa en la propiedad de que dos figuras tangentes se transforman por la inversión en figuras también tangentes.

4. Si ninguno de los datos es un punto, se sigue el método de las dilataciones: una de las circunferencias se reduce a un punto (su centro), incrementando o disminuyendo el radio de las restantes un valor igual al radio de la primera, y a partir de aquí se opera del modo general ya explicado.

En otro tema ya se estudia este método, con el cual se resolvieron algunos problemas típicos de tangencia. Dichos problemas, que pueden consultarse en el citado Tema, fueron los siguientes:

3. Adicionalmente, hay que tener en cuenta que la mediatriz de una cuerda pasa siempre por el centro de la circunferencia correspondiente.

4.2. Proceso de ejecución

De modo general, la ejecución correcta de un enlace requiere:

1. Determinar el centro del arco o circunferencia con el cual se va a efectuar el enlace.

2. Determinar los puntos de tangencia, que nos indicarán el comienzo (arranque) y el final del enlace.

3. Trazar el arco de enlace.

A continuación, repasaremos los problemas de enlace más frecuentes en la práctica del dibujo, si bien en cada uno de ellos se resolverán sólo algunos de los casos posibles, dejan- do al lector el análisis de aquellos en los cuales los datos de partida sean distintos a los que aquí aparecen.

4.3. Enlace de rectas y curvas

Enlace de dos rectas mediante un arco de circunferencia

- Rectas paralelas, dado uno de los puntos T de arranque (fig. 26): La perpendicular por T a ambas rectas determina un segmento en cuyo punto medio se encuentra el centro del arco de enlace buscado.

- Rectas perpendiculares, conocido el radio r del arco (fig. 27): Con centro en el punto de intersección V de las dos rectas, se traza un arco de radio r, que determina sobre las rectas los puntos A,B de tangencia; dos nuevos arcos de radio r y centro en dichos puntos determinarán el centro O del arco de enlace.

Figura 26.

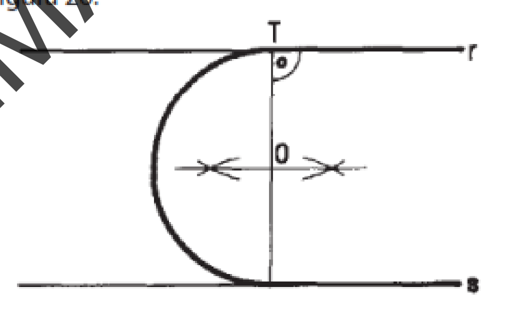
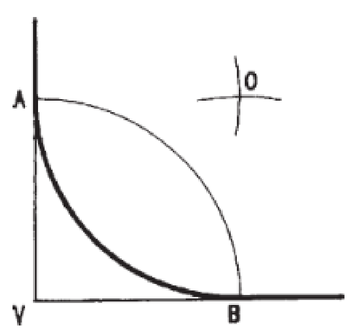


Figura 27.



Enlace de dos rectas mediante dos arcos de circunferencia

• Rectas paralelas mediante arcos iguales e inversos, conocidos los correspondientes puntos T1,T2 de arranque (fig. 28): Se trazan por T1 y T2 dos perpendiculares a las rectas dadas, y se construyen las mediatrices consecutivas del segmento T1T2 y de sus dos mitades; de esta manera, las intersecciones de ambas determinan los centros de los arcos de enlace.

• Rectas paralelas mediante arcos de igual sentido, da- dos los puntos T1 y T2 de arranque (fig. 29): Con centro en M, punto medio de T1T2, se traza un arco que pasa por T2 y que nos determina el punto N: la perpendicular trazada por él al segmento T1T2 corta a las perpendiculares por los puntos de arranque en los puntos O1 y O2, centros respectivos de los arcos de enlace buscados.

• Rectas convergentes mediante arcos de distinto sentido, dados los puntos T1,T2 de arranque y un radio r (fig. 30): Se trazan por los puntos de arranque dos perpendiculares a las rectas dadas, así como para- lelas a éstas a la distancia r, las cuales determinan sobre aquéllas los puntos A,O2. La mediatriz de este segmento corta a la perpendicular trazada por T1 en el punto O1, quedando determinado el punto de enlace de ambos arcos por la línea que une sus centros.

Figura 28.

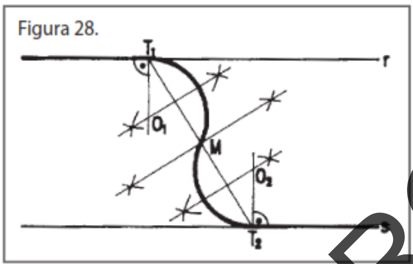


Figura 29.

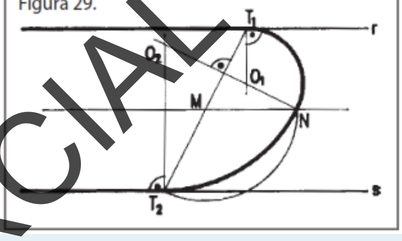
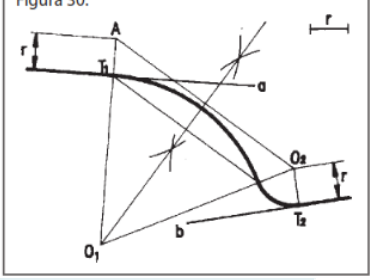


Figura 30.



Enlace de recta y circunferencia mediante un arco de circunferencia

• Conocido el punto T de arranque en la recta (fig. 31): Sobre la perpendicular a la recta por T se lleva la longitud del radio de la circunferencia, obteniéndose el punto A; la mediatriz del segmento OA corta a la perpendicular en el punto O', centro del arco de enlace; el punto T' de arranque en la circunferencia se obtiene trazando la línea de centros.

• Conocido el punto T de arranque en la circunferencia (fig. 32); Se traza la tangente a la circunferencia por T, obteniéndose sobre la recta dada el punto A; con centro en él y radio AT se dibuja un arco, el cual determina sobre la recta el punto T' de arranque en ésta; el centro se obtiene en la intersección de la recta OT y la perpendicular por T'.

Figura 31.

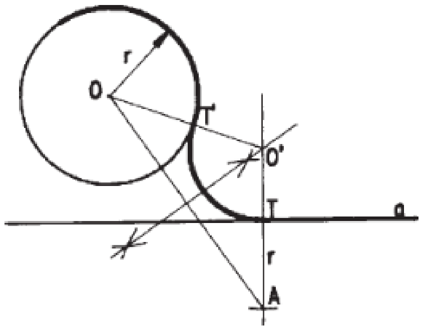
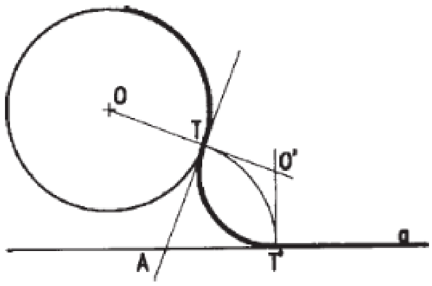


Figura 32.



4.4. Enlace De curvas

Enlace de dos circunferencias mediante un arco de circunferencia

- Conocido el radio r del arco de enlace (fig. 33): Se suma el valor de r a los radios de las dos circunferencias dadas, y las concéntricas así obtenidas se cortan en el punto O'', centro del arco de enlace; trazando las respectivas líneas de centros quedan determinados los puntos de arranque T,T'.

Enlace de una serie de puntos mediante arcos de circunferencia

- Conocidos una serie de puntos A,B,C,D,E... (fig. 34): se comienza trazando el arco que pasa por los tres primeros A,B,C: su centro O1 estará en la intersección de las mediatrices de los segmentos AB, BC. A continuación, la intersección de la línea de centros O1C con la mediatriz del siguiente segmento CD, determinará el centro O2 del segundo arco de enlace. Procediendo de igual manera se obtienen los restantes arcos de circunferencia.

Figura 33.

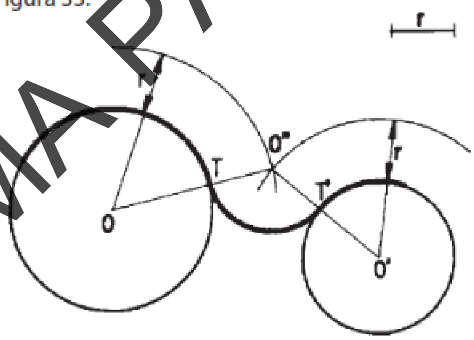
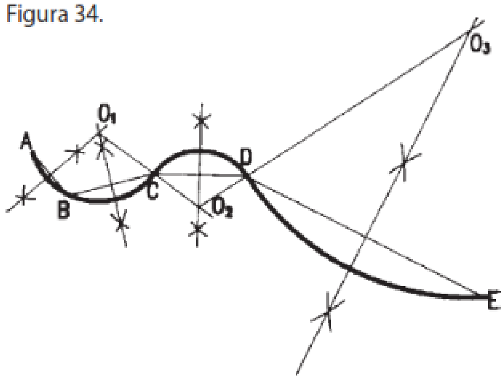


Figura 34.



5. APLICACIONES

Una aplicación específica de toda la teoría de tangencias y enlaces que acabamos de estudiar es el trazado de cierto tipo de curvas técnicas, formadas por arcos de circunferencia tangentes entre sí. En ocasiones, estas curvas se utilizan para evitar el trazado de cónicas, siempre engorroso si no se realiza con plantillas específicas, y en otras se usan para definir por sí mismas contornos de piezas y formas de elementos industriales.

De forma general, podemos dividirlas en dos grandes grupos, el de las curvas cerradas y el de las curvas abiertas. Estudiaremos a continuación las principales de cada uno de ellos, realizando los correspondientes trazados; éstos, como se verá, se basan siempre en las condiciones de tangencia y enlace expuestas en este tema.

5.1. Curvas cerradas

Óvalo

El óvalo es una curva cerrada y convexa, con dos ejes de simetría perpendiculares, compuesta por cuatro arcos de circunferencia tangentes entre sí cuyos centros pertenecen a los ejes de simetría. Los distintos trazados posibles dependen de los datos de que se disponga; como mínimo, ha de conocerse la longitud de uno de los ejes. Los que incluimos a continuación son cuatro de los trazados más usuales:

1. Dibujar un óvalo, conociendo la longitud AB del eje mayor (fig. 35): El número de soluciones es infinito, pues éstas dependen de la relación que elijamos entre los dos radios de los arcos del óvalo. El proceso, en general, es el siguiente: Una vez dibujado el eje mayor AB, y siendo R = n • r la relación entre radios elegida, se trazan dos circunferencias con centro en los pun- tos 1,2 y radios A1 = 2B = AB / (n + 1), así como las concéntricas a éstas que pasen por el centro opuesto. Los puntos de intersección 3,4 de estas últimas, junto con los 1,2 situados al principio son los centros de los arcos que componen el óvalo, estando sus puntos de tangencia en las respectivas líneas de centros. En la figura ab- junta se ha realizado el trazado correspondiente a una relación R = 4r.

2. Dibujar un óvalo, conocido el eje menor CD: Existen, también, infinitas soluciones; la que incluimos en la fig. 36 es una de ellas. Se dibuja el eje menor CD, se traza su mediatriz 1,2 y se dibuja la circunferencia de radio OC; los centros de los cuatro arcos que componen el óvalo son los puntos C,D,1,2, y sus puntos de tangencia se encuentran, como siempre, trazando las respectivas líneas de centros.

simetría. En bastantes casos, su trazado puede deducirse de algún trazado de óvalo; en otros, requiere construcciones específicas:

1. Dibujar un ovoide, conociendo su eje mayor AB: Presenta in- finitas soluciones, siendo la más comúnmente empleada la de la fig. 39. Se dibuja el eje dado AB y se divide en seis partes iguales; trazando la perpendicular por 2, el arco 2B la corta en los puntos M,N: los cuatro centros buscados son los puntos 2,5,M,N, y los puntos de tangencia se obtienen mediante las respectivas líneas de centros.

2. Dibujar un ovoide, conociendo su eje menor CD: También con infinitas soluciones, la que aquí incluimos (fig. 40) se deriva de la ya indicada para el óvalo en la fig. 36, por lo que obviamos su explicación.

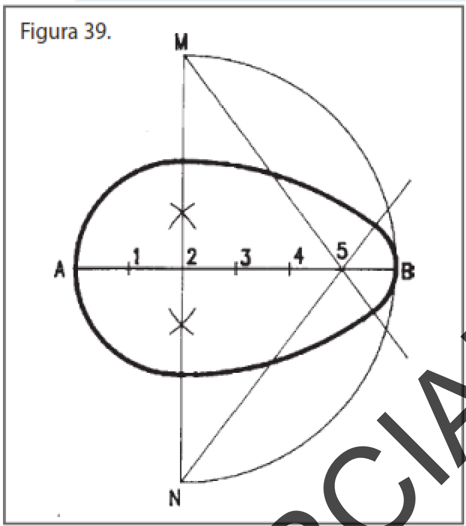


Figura 39.

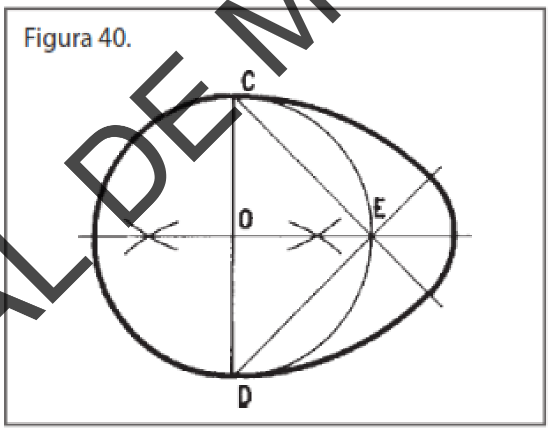


Figura 40.

3. Dibujar un ovoide, conociendo los dos ejes AB,CD: Presenta infinitas soluciones, una de las cuales es la siguiente (fig. 41): Una vez situado el eje AB, se traza la circunferencia de radio OA = CD / 2 y la de radio FB = AB – AF; haciendo DE = FB, la mediatriz del segmento resultante EF corta a la perpendicular por O en el punto M, que junto a su simétrico N y a los ya situados O,F completan los cuatro centros de los arcos que forman el ovoide. Los puntos de tangencia se obtienen igual que en los casos anteriores.

4. Dibujar el ovoide común a dos circunferencias dadas, conocido el punto T de arranque sobre la mayor: Es un problema de solución única, y ésta consiste, en realidad, en el trazado de las circunferencias tangentes a las dos dadas, conocido el punto de tangencia en una de ellas (fig. 42). Sobre la recta TO se lleva un segmento TA igual al radio de la circunferencia menor, y se traza la mediatriz del segmento resultante AO’, la cual corta a la citada recta en el punto 1; una vez dibujado su simétrico 2, el ovoide se construye haciendo centro en los pun- tos O, O’,1,2 y los puntos de tangencia se obtienen dibujando las líneas de centros.

Figura 41.

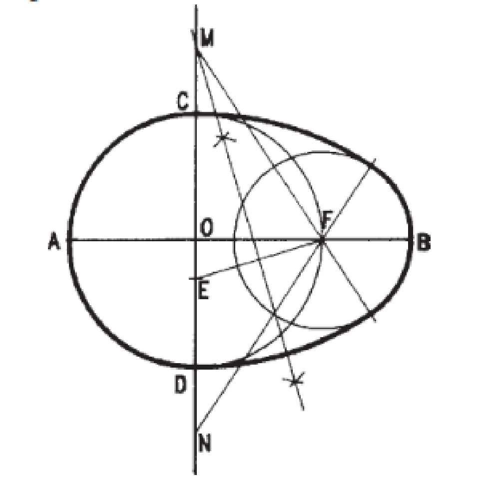
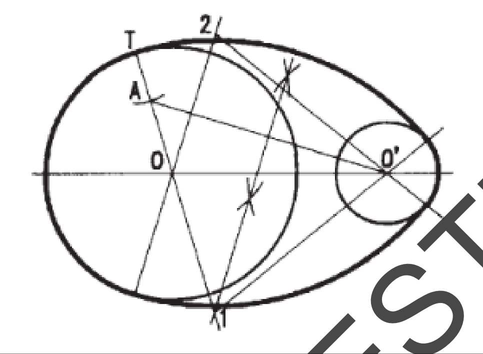


Figura 42.



5.2. Curvas abiertas

Al igual que lo que ocurre con las curvas cerradas, existen otro tipo de curvas, denominadas abiertas, para cuyo trazado también hay que recurrir a las pro- piedades y condiciones de la tangencia entre circunferencias.

Evolventes

Son curvas abiertas cuya base es un polígono o una circunferencia, y cuyos radios consecutivos crecen de forma constante. Las evolventes que a nosotros nos interesan, las de base poligonal, están constituidas por arcos de circunferencia tangentes entre sí, para cuyo trazado hay que utilizar las condiciones de tangencia vistas en los capítulos precedentes; estudiaremos, como ejemplo, aquellas que tienen por base un segmento y un cuadrado, siendo su proceso de construcción extensivo a las que tengan por base otro polígono regular cualquiera.

1. Evolvente de base un segmento: Dado el segmento AB (fig. 43), se dibuja la recta que lo contiene y se traza una primera semicircunferencia con centro B y radio BA; a continuación, otra con centro A que pase por el punto final de la anterior, y así de forma sucesiva, alternando como centros los dos extremos del segmento. De esta forma, todas las semicircunferencias del semiplano superior tendrán como centro el extremo B, mientras que las del inferior tendrán su centro en el extremo A.

2. Evolvente de base un cuadrado: Dado el cuadrado ABCD (fig. 44), se prolongan sus lados como se muestra en la figura y se traza un primer arco con centro en A y radio AD; el segundo arco tendrá su centro en B y arrancará del punto final del anterior, y así sucesivamente: todos los arcos comprendidos entre las rectas a,b tendrán centro en B; los situados entre las b,c lo tendrán en C; los comprendidos entre las c,d lo tendrán en D; y los arcos limitados por las d,a tendrán centro en A.

3. Evolvente de la circunferencia (procedimiento aproximado): La evolvente de la circunferencia es una curva abierta que hay que trazar a pulso (por lo cual queda, en principio, fuera del propósito de este tema), pero existe un procedimiento aproximado que utiliza para su construcción arcos de circunferencia, y que consiste en trazar la evolvente de un polígono regular circunscrito a la circunferencia dada (fig. 45). Aquí hemos incluido el trazado para un hexágono circunscrito, partiendo de un primer arco con centro en A y radio igual a la mitad del lado de dicho polígono; continuando de forma equivalente a lo indicado en los ejemplos anteriores. Naturalmente, cuanto mayor sea el número de lados del polígono elegido, mayor será la aproximación del trazado.

Figura 43.

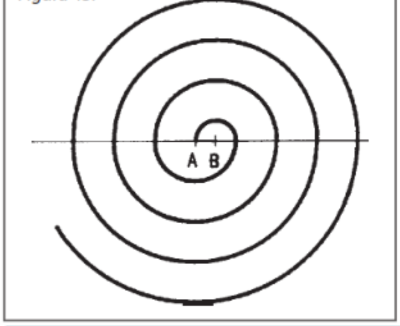


Figura 44.

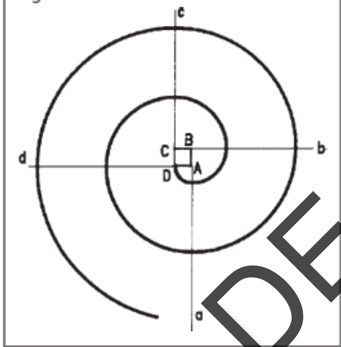
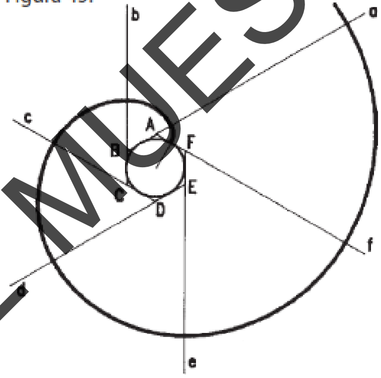


Figura 45.



5.3. Ejemplos reales

Dada la importancia de las tangentes y enlaces en la fabricación de piezas en mecánica y construcciones arquitectónicas; a continuación se pone una serie de ejemplos. El alumno los puede realizar en papel de dibujo y así resolver las dudas (figs. 46, 47, 48, 49 y 50).

Figura 46.

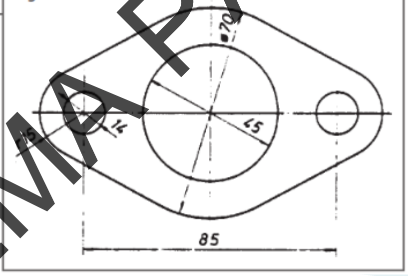
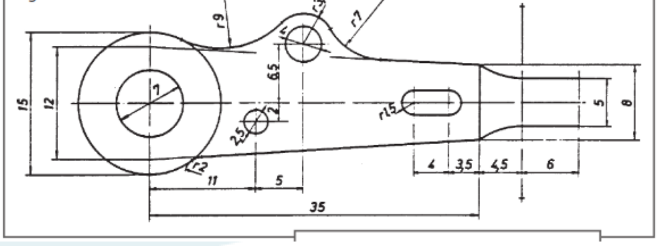


Figura 47.



tanto exactas como aproximadas, haciendo hincapié en la justificación teórica de aquéllas. Por último, se ha terminado el tema hablando de los polígonos estrellados.

Todo este entramado de contenidos relativos al Dibujo, hemos querido analizarlo a lo largo del tema con profundidad de cara a poder dar al alumnado de la ESO y de Bachillerato un conocimiento científico de lo que supone el dibujo técnico como base a una serie de profesiones que habrán de elegir cuando estén en la universidad.

Por ello, hemos aludido a el **Real Decreto 243/2022, de 5 de abril**, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato, **Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo**, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria y el decreto **39/2022, de 29 de septiembre**, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria y el **decreto 40/2022, de 29 de septiembre**, por el que se establece la ordenación y el currículo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.

Añadir que, como novedad, la LOMLOE introduce modificaciones sustanciales en el Proyecto educativo (PE) que hemos de tener en cuenta en nuestra Programación docente. Destacamos: el PE debe incluir los objetivos y la metodología propios de un aprendizaje competencial orientado al ejercicio de una ciudadanía activa. Además, la LOMLOE incorpora al PE: el plan de lectura, un plan de mejora y un plan de estrategia digital, que, junto con el PAT, PAD y el Plan de convivencia, constituyen las principales líneas de actuación del centro. Igualmente se especificarán medidas académicas que se adoptarán para favorecer y formar en la igualdad particularmente de mujeres y hombres (artículo 121).